On a : $\overrightarrow{O\Omega_m}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\alpha\ \overrightarrow{N}_{Pm}\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}$

d'où : $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$ et $\Omega_m \in P_m$ d'où : $\alpha + \alpha + \alpha - m = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{m}{3}$

Conclusion : $\Omega_m\left(\dfrac{m}{3}, \dfrac{m}{3}, \dfrac{m}{3}\right)$ est le centre de C_m.

Solution 14 :

1°/

a) $M(x,y,z) \in (S) \Leftrightarrow (x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) + (z^2 + 2z) = 0$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{3}^2$

(S) est la sphère de centre $\Omega(1,1,-1)$ et de rayon $R = \sqrt{3}$.

b) $O(0,0,0) \in (S)$

$B(2,2,-2) \in (S)$ car : $(2-1)^2 + (2-1)^2 + (-2+1)^2 = \sqrt{3}^2$

D'où [OB] est une corde de (S)

2°/

a) On a : OMCB est un parallélogramme

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow t_{\overrightarrow{OB}}(M) = C$

b) M varie sur (S) $\Leftrightarrow$ C vraie sur (S')

$S' = t_{\overrightarrow{OB}}(S)$

Soit $\Omega' = t_{\overrightarrow{OB}}(\Omega) \Leftrightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\Omega\Omega'}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'-1 \\ y'-1 \\ z'+1 \end{pmatrix}$ d'où $\begin{cases} x' = 3 \\ y' = 3 \\ z' = X - 3 \end{cases}$ d'où $\Omega'(3,3,-3)$

C décrit la sphère (S') de centre $\Omega'(3,3,-3)$ et de rayon $\sqrt{3}$

3°/ a)On a : $\overrightarrow{A'G} = \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{A'M} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C})$

or : $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CM}$